

# **Dinámica, espacio y fundamentos teóricos del tipo de cambio**

Carlos A. Rodríguez, Ph.D.\*

## **Resumen**

La dimensión temporal y espacial de las variables y las fuerzas económicas que influyen sobre estas son factores fundamentales para su análisis, independiente del esquema analítico que se quiera estudiar. Este trabajo pretende analizar dichos aspectos para el tipo de cambio. El mismo tiene una dimensión de un tiempo y dos espacios. Por lo tanto, su comportamiento puede analizarse en tiempo discreto y continuo. Se estudiará esta variable con la hipótesis de paridad de compra y sus relaciones con los precios domésticos e internacionales. El fundamento teórico del tipo de cambio real y nominal, surge de un sistema de equilibrio con moneda.

Unidad de Investigaciones Económicas  
Departamento de Economía  
Universidad de Puerto Rico  
Recinto de Río Piedras  
Ensayos y Monografías  
Número 149  
junio 2011

---

\* Catedrático Auxiliar de Economía, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras.

## I. Introducción

En términos generales, los problemas que los modelos de macroeconomías abiertas buscan resolver son relativos a los criterios de política económica y del tipo de cambio. Por ejemplo, en una economía pequeña, los precios internacionales determinan los precios internos. Esto generará cambios en los costos de producción y en su estructura productiva. La consideración de generar relaciones comerciales con otros países puede derivarse del hecho de que las empresas sean competitivas y la apertura significa mayores oportunidades de crecimiento o bien, que se pretenda con mayores niveles de apertura, obligarlos a mayores niveles de eficiencia. Es decir, la apertura comercial incide sobre la producción y el empleo.

En el caso en que se estén analizando dos economías de igual dimensión, la integración económica juega un papel importante. Para ver si es o no conveniente, la integración económica debe basarse en la existencia de similitudes tecnológicas, toda vez que resulta perdedor el de menor dinámica tecnológica.

Sin embargo, en ambos casos, resulta que las variables fundamentales a determinar son el tipo de cambio nominal y real. Según MacDonald (1999), los fundamentos del tipo de cambio deben basarse en lo siguiente: que puedan capturar su tendencia de largo plazo, su habilidad para producir proyecciones y reconciliar este con la volatilidad. Dicho autor, le da suma importancia a la hipótesis de paridad de compra, aunque señala sus limitaciones en términos de avalúo.

Ahora, respecto a los determinantes del tipo de cambio existe una gran controversia. De acuerdo a Engel y West (2005) las variables fundamentales como las ofertas monetarias, producción, inflaciones y tasas de interés relativas proveen poca información para predecir cambios en los tipos de cambios flotantes y los tipos de cambio flotantes están mejor ligados modelos de “asset-pricing” del tipo de cambio. Según Boyer y Hodrick (1982), tampoco existe una conexión entre el tipo de cambio y la cuenta corriente. Otro aspecto importante lo trae Evan (2002) quien señala que mucha de la volatilidad del tipo de cambio viene del muestreo de decisiones heterogéneas de comerciantes en una distribución que, bajo condiciones normales de mercado, los cambios son comparativamente lentos y que las noticias son raramente la fuente predominante de los movimientos del tipo de cambio sobre cualquier horizonte.

Groen (2005) realizó una evaluación empírica e indicó que el tipo de cambio en Canadá, Japón y los Estados Unidos tiene una conexión directa a largo plazo con los fundamentos monetarios, basados en modelos de largo plazo. Otros autores le dan importancia también a variables como el dinero y los precios partiendo de diferentes esquemas analíticos e incluyendo otras variables. De acuerdo a Engel y West (2006), una regla de tasa de interés con algunos supuestos estándar implica que la desviación del tipo de cambio real de su estado estacionario depende del valor presente de una suma ponderada de los diferenciales de la inflación y la producción. Stockman (1980), señaló que los cambios en los precios relativos de los bienes, dado por desplazamientos de la oferta o demanda, inducen a cambios en el tipo de cambio y desviaciones de su poder de paridad de compra. Para Lane (1999), los movimientos a largo plazo del tipo de cambio dependen del diferencial de inflación y el cambio del tipo de cambio.

Dado que la determinación del empleo y la producción en un sistema de mercado surge de la interacción entre consumidores y productores, este trabajo analiza los diversos aspectos del tipo de cambio de forma matemática. Para desarrollar este trabajo, la próxima sección presentará un modelo en el cual diferencia el tipo de cambio real del nominal y se exhibe la norma de ajuste para igualar el tipo de cambio real del nominal (hipótesis de paridad del poder de compra). Las próximas dos secciones introducen la dinámica al análisis tanto en tiempo discreto como continuo, respectivamente. La última sección presenta unos comentarios generales.

## II. Tipo de cambio nominal y real y la hipótesis de paridad del poder de compra

El análisis parte de la siguiente nomenclatura:

$q_n$ =producto interno de la economía nacional;  
 $p_n$ =precio monetario del producto interno;  
 $q_{nc}$ =consumo del producto nacional;  
 $q_{nx}$ =exportación del producto nacional;  
 $q_m$ =producto importado por la economía nacional;  
 $p_m$ =precio monetario del producto importado;  
 $\phi$ =se utilizará para determinar el tipo de cambio real.

También de la siguiente ecuación:

$$(1) \quad p_n q_n = p_n q_{nc} + p_n q_x - \phi p_m q_m$$

Donde:

$p_n q_n$ =el valor de la producción nacional;  
 $p_n q_{nc}$ =el valor del consumo nacional;  
 $p_n q_x - \phi p_m q_m$ =es la balanza comercial;

Asumiendo una balanza comercial igual a cero:

$$(2) \quad p_n q_x = \phi p_m q_m$$

y despejando por el tipo de cambio:

$$(3) \quad \phi = \left( \frac{p_n}{p_m} \right) \left( \frac{q_x}{q_m} \right)$$

puede observarse que el tipo de cambio real “ $\phi$ ” tiene dos componentes: uno monetario  $\left(\frac{p_n}{p_m}\right)$  y otro real  $\left(\frac{q_x}{q_m}\right)$ . Para preservar la producción y el empleo vigente:  $\left(\frac{q_x}{q_m}\right) = \bar{z}$ . Por lo tanto se describe (3) como:

$$(4) \quad \phi = p_n p_m^{-1} \bar{z}.$$

Diferenciando (4) se obtiene:

$$(5) \quad d\phi = dp_n p_m^{-1} \bar{z} - dp_m p_n p_m^{-2} \bar{z}$$

Esta ecuación indica que el tipo de cambio cambiará cuando se modifiquen los precios domésticos y/o internacionales.

Dividiendo (5) entre (4):

$$(6) \quad \frac{d\phi}{\phi} = \frac{dp_n}{p_n} - \frac{dp_m}{p_m}$$

Esta ecuación indica una tasa de crecimiento de  $\phi$  dada por la diferencia entre la inflación doméstica y la externa. La misma determina la hipótesis de paridad de compra.

## II.2. Determinación dinámica del tipo de cambio

### PROPOSICIÓN 1:

La ecuación (6) se verifica en escenarios de capitalización instantánea de los efectos inflacionarios.

### DEMOSTRACIÓN:

Sea:

$$\frac{d\phi}{\phi} = \alpha;$$

$$\frac{dp_n}{p_n} = \beta;$$

$$\frac{dp_m}{p_m} = \delta$$

Aplicando antilogaritmos:

$$D11 \quad e^{\alpha t} = e^{\beta t} e^{-\delta t}$$

Se puede explicitar como:

$$D12 \quad \lim_{h\alpha \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{1}{h\alpha} \right)^{h\alpha} \right]^\alpha \right\}^t = \lim_{h\beta \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{1}{h\beta} \right)^{h\beta} \right]^\beta \right\}^t \lim_{h\delta \rightarrow \infty} \left\{ \left[ \left( 1 + \frac{1}{h\delta} \right)^{h\delta} \right]^{-\delta} \right\}^t$$

Donde:

$$h\alpha = t/\alpha;$$

$$h\beta = t/\beta;$$

$$h\delta = t/\delta.$$

Suponiendo  $t=1$ , eliminando los límites y multiplicando por  $\phi$ :

$$D13 \quad (1 + \alpha)\phi = (1 + \beta)(1 + \delta)^{-1}\phi$$

Dada la ecuación (4)

$$D14 \quad (1 + \alpha)\phi = (1 + \beta)(1 + \delta)^{-1} p_n p_m^{-1} \bar{z}$$

De la cual se obtiene:

$$D15 \quad (1 + \alpha)\phi = \frac{(1 + \beta)}{(1 + \delta)} \left( \frac{p_n}{p_m} \right) \left( \frac{q_x}{q_m} \right)$$

Resultado que no es atemporal, en el cual:

$$(1 + \alpha) = \text{dinámica de ajuste};$$

$$\frac{(1 + \beta)}{(1 + \delta)} = \text{el componente dinámico (o de cambio)}.$$

Q.Q.D.

Lo anterior también resalta la importancia del componente dinámico en el análisis de las variaciones del tipo de cambio y sus relaciones con los precios domésticos e internacionales. Las próximas dos secciones abundarán sobre dichos aspectos en tiempo continuo y discreto.

II.2. Comportamiento del tipo de cambio en tiempos discretos y sus relaciones con los precios domésticos e internacionales

Se consideran dos economías: A y B. Cada una con una dotación de bienes:  $q^a$  y  $q^b$ . En ambas economías el tipo de cambio real se determina como lo presentado en la sección anterior. Ahora, para tratar el tipo de cambio nominal se incorpora la moneda en ambas economías ( $M^A$  y  $M^B$ ). Por lo tanto:

$$(7) \quad M^A = p_a q^a$$

$$(8) \quad M^B = p_b q^b$$

Las cuales suponen la teoría cuantitativa.

Diferenciando ambas ecuaciones se obtiene que:

$$(8) \quad dp_a q^a + dq^a p_a = dM^A$$

$$(9) \quad dp_b q^b + dq^b p_b = dM^B$$

Dado que  $q^a$  y  $q^b$  son dotaciones iniciales,  $dq^a = dq^b = 0$ . Por tanto:

$$(10) \quad dp_a q^a = dM^A$$

$$(11) \quad dp_b q^b = dM^B$$

En tiempo discreto, para el periodo t, el tipo de cambio real es:

$$(12) \quad \phi_t = \left( \frac{p_a}{p_b} \right) \left( \frac{q_x}{q_m} \right).$$

En t+1:

$$(13) \quad \phi_{t+1} = \left( \frac{p_a + dp_a}{p_b + dp_b} \right) \left( \frac{q_x}{q_m} \right)$$

La relación de cantidades se mantiene constante, pero no así los precios que se modifican ante variaciones de la cantidad de dinero. Sea la inflación de país A igual a  $\pi_a$  y la del país B igual a  $\pi_b$ , se tiene:

$$(14) \quad \phi_{t+1} = \left( \frac{p_a + \pi_a}{p_b + \pi_b} \right) \left( \frac{q_x}{q_m} \right)$$

y

$$(15) \quad \frac{\phi_{t+1}}{\phi_t} = \frac{1 + \pi_a}{1 + \pi_b}$$

Si se considera “ $\omega$ ” al índice de cambio del tipo de cambio, se tiene:

$$(16) \quad \frac{\phi_{t+1}}{\phi_t} = 1 + \omega$$

Igualando (15) y (16) y despejando para  $\omega$  se obtiene:

$$(17) \quad \omega = \left[ \frac{(1 + \pi_a)}{(1 + \pi_b)} \right] - 1$$

la cual se re expresa:

$$(18) \quad \omega = \left[ \frac{(1 + \pi_a) - 1 - \pi_b}{(1 + \pi_b)} \right] = \left[ \frac{\pi_a - \pi_b}{(1 + \pi_b)} \right]$$

**COROLARIO 1:**

Si en tiempo discreto se mantiene constante la relación de cantidades, la variación del tipo de cambio dependerá de la diferencia de las tasas de inflación multiplicada por el recíproco del índice de precios del país respecto al cual se mide el tipo de cambio.

**II.2. Comportamiento del tipo de cambio en tiempo continuo y sus relaciones con los precios domésticos e internacionales**

**PROPOSICIÓN 2:**

En tiempo continuo, la variación del tipo de cambio, dependerá de la diferencia entre las tasa de inflación del país A y del país B.

**DEMOSTRACIÓN:**

Retomando la ecuación (17), y re expresándola para “t” periodos:

$$(D21) \quad \left(1 + \frac{\omega}{t}\right)^t = \left(1 + \frac{\pi_a}{t}\right)^t \left[\left(1 + \frac{\pi_b}{t}\right)^t\right]^{-1}$$

Sean las siguientes expresiones:

$$h_\omega = \frac{1}{\omega/t}; \quad h_{\pi_a} = \frac{1}{\pi_a/t}; \quad h_{\pi_b} = \frac{1}{\pi_b/t}$$

Por las leyes de los exponentes:

$$(h_\omega)^\omega = \left(\frac{t}{\omega}\right)^\omega = (h_{\pi_a})^{\pi_a} = \left(\frac{t}{\pi_a}\right)^{\pi_a} = (h_{\pi_b})^{\pi_b} = \left(\frac{t}{\pi_b}\right)^{\pi_b} = t$$

Incorporando las expresiones anteriores a la ecuación (D21) aplicando límites:

$$(D22) \quad \left[ l \underset{h_\omega \rightarrow \infty}{im} \left( 1 + \frac{1}{h_\omega} \right)^{h_\omega} \right]^\omega = \left[ l \underset{h_{\pi_a} \rightarrow \infty}{im} \left( 1 + \frac{1}{h_{\pi_a}} \right)^{h_{\pi_a}} \right]^{\pi_a} \left\{ \left[ l \underset{h_{\pi_b} \rightarrow \infty}{im} \left( 1 + \frac{1}{h_{\pi_b}} \right)^{h_{\pi_b}} \right]^{\pi_b} \right\}^{-1}$$

Por lo que:

$$(D23) \quad e^\omega = e^{\pi_a} e^{\pi_b}$$

Y aplicando logaritmos naturales:

$$(D24) \quad \omega = \pi_a - \pi_b$$

Q.Q.D.

### III. Comentarios generales

Dada de que la naturaleza del tipo de cambio es denominada en un tiempo y dos espacios, el componente espacial junto al dinámico y los aspectos teóricos son los tres componentes principales del tipo de cambio.

Como quedó demostrado, que el comportamiento de esta variable puede analizarse en tiempo discreto y continuo en relación a sus determinantes. Además, para el tipo de cambio nominal, la inclusión de la moneda al análisis es fundamental. Es decir, que el tipo de cambio real y nominal, surge de un sistema de equilibrio con moneda.

---

#### IV. Bibliografía

- Boyer, Russell S. y Robert J. Hodrick. “Perfect Foresight, Financial Policies, and Exchange-Rate Dynamics”. *The Canadian Journal of Economics / Revue canadienne d'Economie*, Vol. 15, No. 1 (Feb., 1982), pp. 143-164. Blackwell Publishing on behalf of the Canadian Economics Association.
- Engel, Charles y Kenneth D. West. “Exchange Rates and Fundamentals”. *The Journal of Political Economy*, Vol. 113, No. 3 (Jun., 2005), pp. 485-517. The University of Chicago Press .
- Engel, Charles y Kenneth D. West. “Taylor Rules and the Deutschmark: Dollar Real Exchange Rate”. *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 38, No. 5 (Aug., 2006), pp. 1175-1194. Blackwell Publishing.
- Evans, Martin D. D.. “FX Trading and Exchange Rate Dynamics”. *The Journal of Finance*, Vol. 57, No. 6 (Dec., 2002), pp. 2405-2447. Blackwell Publishing for the American Finance Association.
- Groen, Jan J. J.. “Exchange Rate Predictability and Monetary Fundamentals in a Small Multi-Country Panel”. *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol. 37, No. 3 (Jun., 2005), pp. 495-516. Blackwell Publishing.
- Lane, Philip R.. “What Determines the Nominal Exchange Rate? Some Cross-Sectional Evidence”. *The Canadian Journal of Economics* Vol. 32, No. 1 (Feb., 1999), pp. 118-138. Blackwell Publishing on behalf of the Canadian Economics Association.
- MacDonald, Ronald. “Exchange Rate Behaviour: Are Fundamentals Important?”. *The Economic Journal*, Vol. 109, No. 459, Features (Nov., 1999), pp. F673-F691. Blackwell Publishing for the Royal Economic Society
- Mussa, Michael. “A Model of Exchange Rate Dynamics”. *The Journal of Political Economy*, Vol. 90, No. 1 (Feb., 1982), pp. 74-104. The University of Chicago Press.
- Stockman, Alan C.. “A Theory of Exchange Rate Determination”. *The Journal of Political Economy*, Vol. 88, No. 4 (Aug., 1980), pp. 673-698 . The University of Chicago Press.